

长寿风险暴露下的最优财富配置模型与应用

李志生 翟 铮

人口老龄化及人类寿命的延长是当今全球人口发展的一大趋势,这在我国的表现更为突出。寿命的延长一方面提高了退休生活的成本,另一方面也加大了退休金准备不足的风险。因此,经济学家引入了长寿风险的概念来表示因寿命过长而导致的退休金准备不足的风险。在同时面临财务风险和长寿风险的情况下,最优财富配置决策就变得异常复杂。为了规避财务风险,决策者在投资决策中需要考虑不同类型资产的最优配置比例;为了规避长寿风险,决策者还需选择是否购买年金、年金种类以及购买的数量。为此,笔者在现有研究的基础上,系统地考虑退休计划中的财务风险和长寿风险,讨论总财富在不同种类年金之间以及年金与传统资产之间的最优配置决策。

一、模型及其求解

基于目标问题的特征和简化分析的需要,本文提出以下假设:①决策者可以把退休金分配于无风险资产、风险资产、固定年金和浮动年金四种资产;②财富配置的目标是最大化某种效用函数;③决策者进行单周期的计划。

1. 年金的保险费与保险金

年金的价格应该等于购买者期望在未来获得的所有保险金的净现值。首先对单位固定年金的价格进行分析,单位固定年金是指保险公司在给付期内每期向购买者支付1单位货币(如¥1)的年金。

在单周期经济环境下,如果假设当前年龄为 x 岁的决策者在下一周期存活的条件概率为 P_x^{i+} (i 表示计划周期所包含的年数),那么单位固定年金的价格可以表示为: $a_x^i = \frac{P_x^{i+}(1+M)}{(1+r_f)}$ 。其中, r_f 表示计划周期内的无风险收益率; M 表示保险公司在计划周期内向购买者收取的合同费、管理费、死亡风险费等各种费用总和。在实际年金购买中,购买者每期获得的保险金取决于其购买年金的数量和给付金额。如果购买者支付的保险费为 P ,那么其购买的单位年金的份数为 $\frac{P}{a_x^i}$,也就是说,如果购买者在计划期末仍然活着,其获得的保险金将为: $A_f = \frac{P(1+r_f)}{P_x^{i+}(1+M)}$ 。

前面讨论的是固定年金,单位固定年金每期的保险金都是¥1,但其实单位年金每期的保险金不是固定的,而是与支持年金的投资基金的收益相关,则在购买者存活的情况下,单位浮动年金的实际保险金支付额为 $\frac{1+r_f}{1+r_f}$,其中 r_f 表示年金基金在计划周期内的收益率。因此,在购买者存活的情况下,投资于浮动年金的 P 单位的保险费对应的保险金收

入将为: $A_v = \frac{P(1+r_f)}{P_x^{i+}(1+M)}$ 。

基于上述模型,笔者利用《中国人寿保险业经验生命表(2000-2003)》的数据,分别计算出不同年龄的男性和女性的条件存活概率 P_x^{i+} (见表1)。

2. 决策目标与约束

退休计划主要考虑两方面的目标,一是整个计划周期的消费,二是最终的财富拥有量,即遗产水平。考虑到寿命的不确定性,如果决策者在计划期末仍然存活,周期末的财富就全部转化为消费;如果决策者在计划期内死亡,则周期末的财富全部转化为遗产。在消费和投资选择上,最优化问题的目标函数可以表示为: $\max \psi_C P_x^{i+} E[U(C)] + \psi_B (1 - P_x^{i+}) E[U(B)]$ 。其中, $U(\cdot)$ 是效用函数, $E[U]$ 表示效用函数的期望值, P_x^{i+} 和 $1 - P_x^{i+}$ 分别表示计划期末决策者存活和死亡的概率, ψ_C 和 ψ_B 分别表示消费和遗产效用在目标函数中的权重。

传统资产的收益取决于其所承担的风险的大小,与投资者的寿命风险无关;养老年金的收益则同时取决于其财

表1 不同年龄的男性和女性存活5/10/15/20年以上的概率

年龄	男性				女性			
	5+	10+	15+	20+	5+	10+	15+	20+
50	0.9846	0.9612	0.9196	0.8533	0.9914	0.9765	0.9503	0.9057
55	0.9762	0.9340	0.8666	0.7629	0.9850	0.9586	0.9136	0.8385
60	0.9568	0.8877	0.7815	0.6305	0.9732	0.9275	0.8513	0.7311
65	0.9278	0.8168	0.6590	0.4597	0.9531	0.8747	0.7513	0.5752
70	0.8803	0.7102	0.4954	0.2712	0.9178	0.7883	0.6036	0.3782
75	0.8068	0.5628	0.3080	0.1128	0.8589	0.6576	0.4120	0.1822
80	0.6976	0.3818	0.1398	0.0265	0.7657	0.4797	0.2122	0.0516
85	0.5473	0.2004	0.0380	0.0025	0.6265	0.2771	0.0674	0.0060

务风险和购买者寿命风险的大小。笔者用 w_1 、 w_2 、 w_3 、 w_4 来分别表示决策者分配在无风险资产、风险资产、固定年金、浮动年金中的财富比例,如果计划期末决策者存活,其获得的消费水平将为:

$C = w_1 R_f + w_2 R_v + w_3 A_f + w_4 A_v$ 。其中 R_f (为 $1+r_f$) 和 R_v (为 $1+r_v$) 分别表示无风险资产和风险资产的单位投资在计划周期内获得的收益。如果决策者在计划期内死亡,其获得的遗产水平为: $B = w_1 R_f + w_2 R_v$ 。考虑到退休计划的保守性,借贷和卖空一般不会发生,因此笔者加入了以下两个约束条件: $w_1 + w_2 + w_3 + w_4 = 1$; $0 \leq w_1, w_2, w_3, w_4 \leq 1$ 。

3. 模型求解

在收益不确定的情况下,效用的期望值可表示为 $E[U(C)] = E[U(\bar{C} + \Delta_c)]$, 其中 $\bar{C}$ 表示消费的平均值, Δ_c 表示均值为 0 的随机项。通过泰勒公式展开并忽略二次项之后的展开项,可以得到 $E[U(C)] = U(\bar{C}) + \frac{U''(\bar{C})}{2} Var[\Delta_c]$, 其中 $Var[\Delta_c]$ 表示随机项 Δ_c 的方差。基于以上推导,最优化问题的目标函数可以转换为

$$\max_{w_i} p_r^* \left(U(\bar{C}) + \frac{U''(\bar{C})}{2} Var(\Delta_c) \right) + \psi_a (1 - p_r^*) \left(U(\bar{B}) + \frac{U''(\bar{B})}{2} Var(\Delta_b) \right)$$

根据基数效用理论,决策者可以通过特定的数学函数量化效用,且效用函数 $U(C)$ 是二阶连续可导且单调递增的凹函数。我们以幂次效用函数 $U(C) = \frac{C^\gamma - 1}{\gamma}$ 为例来求解最优决策问题,其中参数 $\gamma < 1$ 且 $\gamma \neq 0$ 。幂次效用函数的相对风险厌恶系数为常数 $1-\gamma$ 。高风险厌恶一般是指相对风险厌恶系数 $1-\gamma > 1$ 的情况,即 $\gamma < 0$; 而 $\gamma > 0$ 则对应于低风险厌恶。把效用函数代入到上述目标函数中,则目标函数变为

$$\max_{w_i} p_r^* \left(U(\bar{C}) + \frac{(\gamma-1)\bar{C}^{\gamma-2}}{2} Var(\Delta_c) \right) + \psi_a (1 - p_r^*) \left(U(\bar{B}) + \frac{(\gamma-1)\bar{B}^{\gamma-2}}{2} Var(\Delta_b) \right)$$

其中 $\bar{C} = w_1 R_f + w_2 R_v + w_3 A_f + w_4 A_v$, $\bar{B} = w_1 R_f + w_2 R_v$ 。由于浮动年金和风险资产的收益相同,因此 $Var(\Delta_c) = w_2^2 Var(R_v) + w_4^2 Var(A_v) + 2w_2 w_4 \sqrt{Var(R_v) Var(A_v)}$, $Var(\Delta_b) = w_2^2 Var(A_v)$ 。

二、数值分析

本文提出的模型是一个典型的非线性最优化问题,采用 Matlab 软件进行求解,其参数取值见表 2。笔者假设固定年金基金的投资收益率与无风险资产的

收益率相同,浮动年金基金的投资收益率与风险资产的收益率相同,则风险资产和浮动年金在整个计划周期(20 年)内总收益的方差就可通过 Monte Carlo 模拟得到。

下面以不同的遗赠效用权重(ψ_B) 和风险厌恶系数($1-\gamma$) 来求解目标问题,以分析决策者的遗赠需求和风险厌恶程度对最优财富配置的影响。表 3 列出了 3 种不同的 ψ_B 取值和 6 种不同的 $1-\gamma$ 取值下目标问题的最优解。

1. 遗赠需求对最优财富配置的影响

基于表 3 的结果,笔者发现在特定的风险厌恶系数下,当没有遗赠需求时,最优的决策是把财富分配在固定年金和浮动年金中;当遗赠效用权重为 20% 时,财富则按一定的比例分配在四种资产中;当遗赠效用权重为 40% 时,决策者不再投资于年金,最优的财富配置在传统无风险资产和风险资产之间取得。

2. 风险厌恶程度对最优财富配置的影响

在财富配置决策中,决策者的风险厌恶程度是影响决策的关键因素。效用权重 $\psi_B = 0.2$ 时,笔者发现,随着风险厌恶系数的增加,决策者分配于无风险类资产的比重逐渐增加,而分配于风险类资产的比重则逐渐减少。

笔者还发现,决策者的总财富分配于年金类资产的比例随着其风险厌恶

程度的增加而减少。当风险厌恶系数为 $1-\gamma=0.7$ 时,分配于两类年金的比例为 57.6%,这一比例在 $1-\gamma=1.1$ 和 $1-\gamma=1.3$ 时分别下降至 38.5% 和 36.0%。这是因为年金资产未来的现金流与决策者的寿命直接相关,当寿命的不确定性纳入到决策分析体系时,固定年金就等同于一种风险资产,浮动年金的风险也会相应增加。

3. 存活概率对最优财富配置的影响

在实际决策中,不同决策者可能具有不同的健康状况,因而其存活的条件概率也存在差异。不同条件存活概率下的最优财富配置比例的研究结果表明,具有较大条件存活概率的决策者更乐意投资于年金资产。当条件存活概率低于人群平均水平时(如当 $P_{x^{i+}} = 0.5$),分配于两类年金的总财富比例只有 11.9%,当 $P_{x^{i+}}$ 增大到 0.9 时,这一比例快速增加到 85.5%。此外,与遗赠需求强度对最优财富配置的影响相似,决策者条件存活概率的变化也不会对风险资产和无风险资产之间、固定年金和浮动年金之间的财富配置比例带来显著影响。

4. 管理费用对年金投资价值的影响

理论上,年金投资在规避长寿风险的同时还有利于消费者效用的提高,应该在经济生活中扮演非常重要的角色。但实际经济数据则显示出年金并不被很多人所接受,购买年金的人数在总人群

表 2 最优化问题的参数设置

无风险资产年收益率 r_f	风险资产年收益率 r_v	风险资产年收益率方差 s_v^2	年金年管理费率 M	计划周期(年)	决策者性别	决策者年龄(岁)
5%	10%	25%	1%	20	男	60

表 3 配置于不同资产的财富比例(%)

风险厌恶系数	40%遗赠效用权重				20%遗赠效用权重				0%遗赠效用权重			
	w_1	w_2	w_3	w_4	w_1	w_2	w_3	w_4	w_1	w_2	w_3	w_4
0.7	31.7	68.3	0.0	0.0	12.1	30.3	20.4	37.2	0.0	0.0	33.6	66.4
0.8	58.4	41.6	0.0	0.0	27.9	19.9	30.7	21.5	0.0	0.0	58.9	41.1
0.9	68.6	31.4	0.0	0.0	35.1	16.6	33.6	14.7	0.0	0.0	68.8	31.2
1.1	78.4	21.6	0.0	0.0	45.9	12.9	32.5	8.7	0.0	0.0	78.5	21.5
1.2	81.2	18.8	0.0	0.0	49.8	11.7	31.4	7.1	0.0	0.0	81.3	18.7
1.3	83.4	16.6	0.0	0.0	53.2	10.8	30.2	5.8	0.0	0.0	83.5	16.5

表4 不同管理费用下的年金投资比例和放弃年金投资的条件

风险厌恶系数 $1-\gamma$	配置于年金的财富比例 (%)			放弃购买年金的条件		
	$M=0.5\%$	$M=1.0\%$	$M=1.5\%$	$M=0.5\%$	$M=1.0\%$	$M=1.5\%$
0.7	71.9	57.6	21.0	$\psi \geq 43\%$	$\psi \geq 34\%$	$\psi \geq 24\%$
0.8	66.7	52.2	18.9			
0.9	62.0	48.4	16.8			
1.1	54.1	41.2	13.9			
1.2	50.5	38.5	12.7			
1.3	48.0	35.9	11.8			

中所占的比例很小,这种现象被称为“年金之谜”(Annuity Puzzle)。Mitchell et al.(1999)和 Milevsky and Young(2007)都指出年金高昂的费用和相对于其它资产较低的净收益率是导致其不被大部分人选择的重要原因。

笔者选取遗赠效用权重 $\psi_B=0.2$ 的决策者,在 $M=0.5\%$ 和 1.5% 的条件下再次求解目标问题,并列出不同 M 取值下两类年金资产在最优财富配置中所占的总比例以及决策者放弃购买年金的条件(见表4)。首先,随着管理费率的上升,分配在固定年金和浮动年金两类

资产的总比例快速下降。比如,当风险厌恶系数 $1-\gamma=1.1$ 时,年金年管理费率为 $M=0.5\%$ 、 1% 和 1.5% 三种情况所对应的年金投资比例分别为 54.1% 、 41.2% 和 13.9% 。其次,管理费用的增加也使更多的决策者放弃购买年金。当 M 从 1% 下降到 0.5% 后,遗赠效用权重大于或等于 43% 的决策者不会投资于年金。这些结果和学者们对“年金之谜”现象的解释是相吻合的。此外,风险厌恶系数的增加使决策者投资于年金的比重越来越少,但风险厌恶系数对决策者放弃年金投资的条件并没有影响。■

[本研究获国家自然科学基金(70801063)、教育部留学回国人员科研启动基金(教外司留[2008]8号)资助]

(作者单位:中南财经政法大学金融学院 北京航空航天大学经济管理学院)

责任编辑 周愈博

参考文献:

1. 李志生.2007.退休计划中养老金购买决策的建模与分析.数量经济技术经济研究,12
2. Brown, J. R. (2001), Private pensions, mortality risk, and the decision to annuitize. Journal of Public Economics. Vol. 82 (1), pp. 29-62.
3. Chen, P., Milevsky, M. A., 2003. Merging asset allocation and longevity insurance: an optimal perspective on payout annuities [J]. Journal of Financial Planning 16 (6), 52-62.

● 简讯

对外经济贸易大学管理会计研究中心成立

2010年12月16日,由对外经济贸易大学、海尔集团、IMA美国管理会计师协会共同发起设立的“管理会计研究中心”成立揭牌仪式在京举行。对外经济贸易大学校长施建军、海尔集团董事局主席兼首席执行官张瑞敏、IMA中国区总代表李蔚共同为对外经济贸易大学管理会计研究中心揭牌。在这后的主题演讲中,张瑞敏对海尔的管理会计创新做了详细介绍。美国沃顿商学院教授Marshall W. Meyer、意大利博洛尼亚大学教授Umberto Lago则分别以《海尔自主经营体:平衡自主性与控制》和《海尔管理模式与经济学理论》为题发表演讲。在圆桌论坛上,对外经济贸易大学国际商学院院长汤谷良教授、北京航空航天大学欧阳桃花教授,中央财经大学刘俊勇教授等还与来自国内各高校的案例研究专家及学者们进行了友好、充分的交流与研讨。对外经济贸易大学管理会计研究中心的成立旨在研究管理会计创新的理论和实践,积聚管理会计学术研究与创新实践的成果,整合国际国内管理会计教学内容、研究成果与企业实践等各类资源,构建管理会计理论与实践的全球多层次专家交流的平台,输出“管理会计实践创新——中国创造”的具有全球领先水平的研究成果,为企业实施会计管理提供理论支持和方法指导。

(本刊记者)